تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2022
مادة الفيزياء والكيمياء-مسلك العلوم الرياضية أ و ب

تمرين 1: الكيمياء (7نقط)

الجزء **I** :دراسة بعض تفاعلات حمض الساليسليك

1-دراسة محلول مائي لحمض الساليسليك

1.1.1. تعريف نسبة التقدم النهائي:

نسبة التقدم النهائي هو نسبة التقدم النهائي على التقدم الأقصى، يمثل نسبة الجزيئات تتفاعل في تفاعل كيميائي.

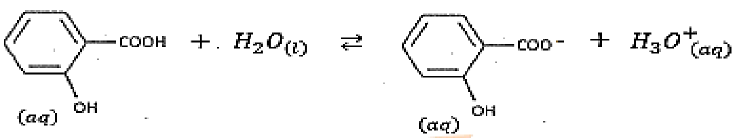
2.1.1. لنبين ان التفاعل الحمض مع الماء محدود.

لدينا : $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$ مع: $x_{max} = C.V$ و $x_{éq} = [H_3O^+].V$

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]}{C} \Leftrightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C} \xrightarrow{A.N} \tau = \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,063 \Rightarrow \tau = 6,3\%$$

$\tau < 1$: نستنتج ان التفاعل محدود.

معادلة التفاعل:



2.1. تحديد $\alpha(AH)$:

الجدول الوصفي:

تقدم التفاعل	$AH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$	⇄	$A^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
$x = 0$	$C.V$	بوفرة	--	0	0
x	$C.V - x$	بوفرة	--	x	x
$x = x_{éq}$	$C.V - x_{éq}$	بوفرة	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$\alpha(AH) = \frac{n_f(AH)}{n_0(AH)} = \frac{C.V - x_{éq}}{C.V} = 1 - \frac{x_{éq}}{C.V}$$

$$x_{éq} = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.V$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,9366 \Rightarrow \alpha(AH) = 93,66\ \%$$

$$\alpha(A^-) = 6,34\ \%$$

لدينا: إذن النوع الحمضي AH هو المهيمن.

3.1. التحقق من قيمة pK_A :

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}$$

$$[A^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V} \quad ; \quad [AH]_{éq} = \frac{C.V - x_{éq}}{V} = C - \frac{x_{éq}}{V} = C - [H_3O^+]_{éq}$$

$$pK_A = \frac{[H_3O^+]^2{}_{éq}}{C - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

INSTITUT EXCEL

$$pK_A = -\log\frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}} \Rightarrow pK_A = -\log\left(\frac{10^{-2\times1,8}}{0,25-10^{-1,8}}\right) = 2,969 \Rightarrow pK_A \simeq 3$$

2. معايرة محلول حمض الساليسليك

1.2. معادلة تفاعل المعايرة:

$$AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2.2. حساب ثابتة التوازن K :

$$K = \frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}.[HO^-]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}.\frac{1}{[H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq}}$$

$$K = \frac{K_A}{K_e} \Rightarrow K = \frac{10^{-pK_A}}{K_e} \xrightarrow{\text{ت.ع}} K = \frac{10^{-3}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 1,0.10^{11}$$

3.2. التحقق من إشارة البطاقة:

$$C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Leftrightarrow C_A = \frac{0,12\times9,0}{15,0} = 7,2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$\begin{cases} C_0 = 10C_A \\ C_0 = \dfrac{m}{M.V} \end{cases} \Leftrightarrow 10\,C_A = \frac{m}{M.V} \Leftrightarrow m = 10C_A.M.V$$

$$m = 10\times7,2.10^{-2}\times138\times50.10^{-3} = 4,968\ g$$

$$m \simeq 5\ g$$

إذن إشارة البطاقة تحققت.

1.4.2. ألتحقق من التركيز المولي ل$(Na^+_{(aq)} + A^-_{(aq)})$:

عند التكافؤ لدينا الاختفاء الكلي للحمض AH :

حالة المجموعة	$AH_{(aq)}$ +	$HO^-_{(aq)}$	⇄	$A^-_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$
الحالة البدئية	$C_A.V_A$	$C_B.V_{BE}$	--	0	وفير
الحالة الوسيطية	$C_A.V_A - x$	$C_B.V_{BE} - x$	--	x	وفير
حالة التكافؤ	$C_A.V_A - x_E$	$C_B.V_{BE} - x_E$	--	x_E	وفير

$$C_A.V_A - x_E = 0 \quad \text{و} \quad C_B.V_{BE} - x_E = 0 \Rightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE} = x_E$$

$$[A^-]_{éq} = \frac{x_E}{V_A+V_{BE}} = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A+V_{BE}} \xrightarrow{\text{ت.ع}} [A^-]_{éq} = [Na^+]_{éq} = \frac{0,12\times9,0}{15+9} = 4,5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

2.2.2. تحديد pH المحلول:

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}$$

عند التكافؤ لدينا: $[AH]_{éq} = [HO^-]_{éq}$

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HO^-]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]^2_{éq}}{K_e}$$

$$[H_3O^+]^2_{éq} = \frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}} \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = \sqrt{\frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}}}$$

$$pH = -\log\sqrt{\frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}}} = -\frac{1}{2}\left[\log K_A + \log K_e - \log[A^-]_{éq}\right]$$

$$pH = \frac{1}{2}(pK_A + pK_e + \log[A^-]_{éq})$$

$$pH = \frac{1}{2}[3 + 14 + \log(4{,}5.10^{-2})] \Leftrightarrow pH \simeq 7{,}8$$

3.4.2. الكاشف الملون المناسب بهذه المعايرة:

أحمر الفينول هو الكاشف الملون المناسب لهذه المعايرة، لأن pH_E تنتمي لمنطقة انعطافه:

$$6{,}8 \leqslant pH_E = 7{,}8 \leqslant 8{,}4 .$$

الجزء II : التحليل الكهربائي

1. معادلة التفاعل على مستوى الأنود حيث تحدث أكسدة لفلز الكادميوم:

$$Cd_{(s)} \rightleftarrows Cd^{2+}_{(aq)} + 2e^-$$

2. تعبير الكتلة m :

$Cd^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Cd_{(s)}$			$n(e^-)$
$n_i(Cd)$	$--$	0	$n(e^-) = 0$
$n_i(Cd) - x$	$--$	x	$n(e^-) = 2x$

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I.\Delta t}{F} = 2x \Rightarrow x = \frac{I.\Delta t}{2F}$$

$$\begin{cases} n(Cd) = \frac{m}{M(Cd)} \\ n(Cd) = x \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M(Cd)} = x \Rightarrow m = M(Cd).x \Leftrightarrow m = \frac{I.\Delta t.M(Cd)}{2F}$$

-حساب m :

$$m = \frac{2{,}50 \times 30 \times 60 \times 112{,}4}{2 \times 9{,}65.10^4} \Leftrightarrow m = 2{,}62\ g$$

3. حساب السمك e :

$$\begin{cases} m' = \rho.V \\ V = L.\ell.e \end{cases} \Rightarrow m' = \rho.L.\ell.e$$

$$m' = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 2m' \Rightarrow m = 2\rho.L.\ell.e$$

$$e = \frac{m}{2\rho.L.\ell} \xrightarrow{A.N} e = \frac{2{,}62\ g}{2 \times 8{,}7\ g.cm^{-3} \times 10\ cm \times 5\ cm} = 1{,}67.10^{-3}\ cm$$

$$e = 16{,}7.10^{-6}\ m \Leftrightarrow e = 16{,}7\ \mu m$$

الفيزياء

تمرين 2: انتشار موجة ميكانيكية (2 نقط)

1-عدد الإثباتات الصحيحة : 0

جميع الإثباتات خاطئة.

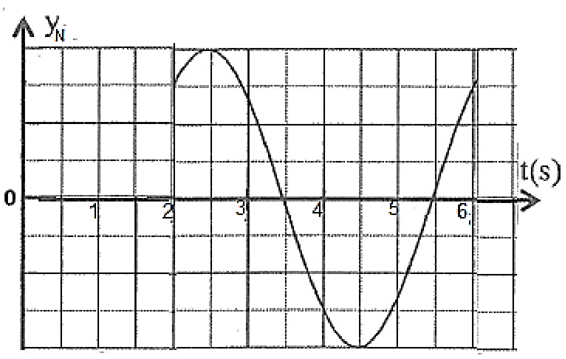
2. تحديد سرعة الانتشار v :

الدور T يحدد انطلاقا من الشكل 2: $T = 2\ s$

طول الموجة : $\lambda = d = 20\ m$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow v = \frac{20}{4} \Leftrightarrow v = 5\ m.s^{-1}$$

3. تمثيل شكل استطالة $y_N(t)$ في المجال $\tau \leq t \leq 6s$:

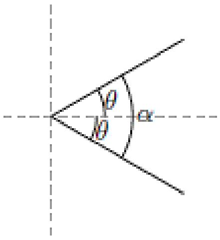


$$y_N(t) = y_M(t-\tau)$$

النقطة N تعيد نفس حركة M بعد تأخر زمني $\tau = \frac{MN}{V}$

ت.ع : $\tau = \frac{10}{2} = 2s$

4. تحديد الزاوية α :



لدينا: $\alpha = 2\theta$ مع θ الانحراف الزاوي : $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{a}$

$$\alpha = 2\frac{d}{a} \Rightarrow \alpha = 2 \times \frac{20}{20} \Rightarrow \alpha = 2\ rad$$

التمرين 3: النشاط الاشعاعي للسيزيوم 137:

1. عدد الإثباتات الصحيحة: 1

أ-جميع النوى المشعة غير مستقرة.

2. معادلة التفتت للسيزيوم 137:

$${}^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{A}_{Z}X$$

قانونا صودي للانحفاظ:

$$\begin{cases} 137 = 137 + A \\ 55 = 56 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow {}^{A}_{Z}X = {}^{0}_{-1}e$$

نوع النشاط الإشعاعي: β^-

معادلة التفتت تكتب:

$${}^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$$

INSTITUT EXCEL

1.3 حساب $|\Delta E|$ الطاقة المحررة من طرف مجموعة النوى:

ليكن E_{lib} الطاقة المحررة من طرف نواة واحدة من السيزيوم 137 حيث:

$$|\Delta E| = N.E_{lib}$$

$$a = \lambda.N \Rightarrow a = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.N \Rightarrow N = \frac{a.t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$|\Delta E| = \frac{a.t_{1/2}}{\ln 2}.E_{lib}$$

$$E_{lib} = \left|m({}^{137}_{56}Ba) + m({}_{-1}^{0}e) - m({}^{137}_{55}Cs)\right|.c^2$$

$$E_{lib} = |136{,}87511 + 0{,}00055 - 136{,}87692| \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2$$

$$E_{lib} = 1{,}17369\ MeV$$

$$|\Delta E| = \frac{200 \times 30 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \times 1{,}17369 \Leftrightarrow |\Delta E| \simeq 3{,}2.10^{11}\ MeV$$

2.3 تحديد اللحظة t_1 :

لدينا:

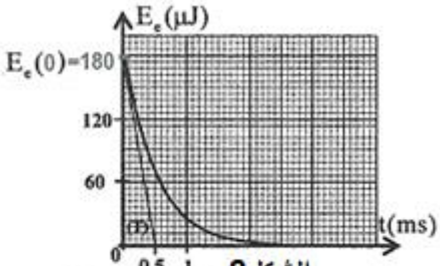
$$\frac{a}{m} = 500\ \ Bq/kg \Rightarrow a = 500\ \ Bq/kg \times m \Rightarrow a = 500\, Bq/kg \times 0{,}2 = 100\ Bq$$

$$= a_0.e^{-\lambda.t_1} \Rightarrow e^{-\lambda.t_1} = \frac{a}{a_0} \Rightarrow e^{\lambda.t_1} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow \lambda.t_1 = \ln(a_0/a) \Rightarrow t_1 = \frac{\ln(a_0/a)}{\ln(2)}.t_{1/2}$$

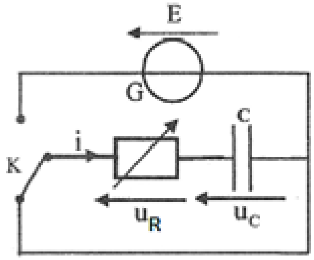
$$t_1 = \frac{\ln(200/100)}{\ln(2)}.30 \Leftrightarrow t_1 = 30\ ans$$

ملحوظة:

حسب تعريف عمر النصف لدينا عند $a=\frac{a_0}{2}$ يكون: $t_1=t_{1/2}=30\ ans$.



الشكل 2



الشكل 1

تمرين 4: الكهرباء

تجربة 1: تفريغ مكثف

1.1. المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات: $u_R+u_C=E \Leftrightarrow R_1.i+u_C=0$

$$i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$$

$$R_1.C\frac{du_C}{dt}+u_C=0$$

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{R_1.C}u_C=0$$

2.1. تحديد تعبير الثوابت k و τ :

حل المعادلة التفاضلية: $u_C(t)=k.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_C}{dt}=-\frac{k}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$-\frac{k}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{R_1.C}.k.e^{-\frac{t}{\tau}}=0 \Leftrightarrow k.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{R_1.C}-\frac{1}{\tau}\right)=0 \Rightarrow \frac{1}{R_1.C}-\frac{1}{\tau}=0$$

$$\tau=R_1.C$$

حسب الشروط البدئية عند $t_0=0$ ، لدينا: $u_C(0)=E$

$$\begin{cases} u_C(0)=E \\ u_C(t)=k.e^0 \end{cases} \Leftrightarrow k=E$$

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $u_C(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

3.1. لنبين $t=\frac{\tau}{2}$:

$$E_e=\frac{1}{2}C.u_C^2=\frac{1}{2}C.\left(E.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2=\frac{1}{2}C.E^2.e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\frac{dE_e}{dt}=\frac{1}{2}C.E^2\left(-\frac{2}{\tau}\right).e^{-\frac{2t}{\tau}}=-\frac{C.E^2}{\tau}.e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

معادلة مماس المنحنى $E_e(t)$ عند $t_0=0$:

$$y=\left.\frac{dE_e}{dt}\right|_{t=0}(t-0)+E_e(0)$$

$$y=-\frac{C.E^2}{\tau}.e^{-0}.t+\frac{1}{2}C.E^2.e^0 \quad \Rightarrow y=\frac{1}{2}C.E^2\left(1-\frac{2}{\tau}.t\right)$$

المماس يقطع محور الأفاصيل نكتب: $y=0 \Leftarrow 1-\frac{2}{\tau}.t \Leftarrow \frac{2}{\tau}.t=1$

$$t=\frac{\tau}{2}$$

1.4. قيمة كل من C و E :

لدينا: $\tau=R_1.C$ مع $t=\frac{\tau}{2}$

$$R_1.C=2t \Rightarrow C=\frac{2t}{R_1}$$

حسب الشكل 2 لدينا: $t=0,5\ ms$ ت.ع: $C=\frac{2\times0,5.10^{-3}}{100}=10^{-5}\ F$

$$E_e(0)=\frac{1}{2}C.E^2.e^0=\frac{1}{2}C.E^2 \Rightarrow E=\sqrt{\frac{2E_e(0)}{C}}$$

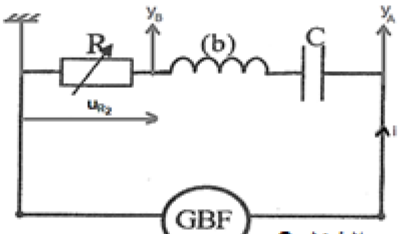
حسب الشكل 2 لدينا: $E_e(0)=180\ \mu J$ ت.ع: $E=\sqrt{\frac{2\times180.10^{-6}}{10.10^{-6}}} \Leftrightarrow E=6\ V$

1.5 الطاقة المبددة بمفعول جول:

$$|E_j|=|E_e(0{,}9\tau)-E_e(0)|=E_e(0)-E_e(0{,}9\tau)$$

$$|E_j|=\frac{1}{2}C.E^2-\frac{1}{2}C.E^2.e^{-\frac{2\times0{,}9\tau}{\tau}}=\frac{1}{2}C.E^2(1-e^{-1{,}8})$$

$$|E_j|=\frac{1}{2}\times10\times6^2\times(1-e^{-1{,}8}) \Leftrightarrow |E_j|=150{,}25\ \mu J$$



الشكل 3

التجربة 2: التذبذبات القسرية في دارة **RLC** :

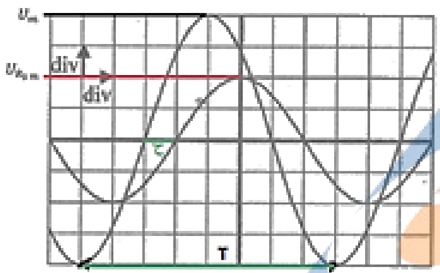
1.2 التركيب التجريبي الذي يمكن من معاينة $u(t)$ و $u_{R_2}(t)$:

انظر الشكل 3 جانبه.

2.2.أ تحديد التردد N :

$$T=0{,}5\ ms.div^{-1}\times8\ div=4\ ms$$

$$N=\frac{1}{T}\xrightarrow{A.N}N=\frac{1}{4.10^{-3}}\Leftrightarrow N=250\ Hz$$



الشكل 4

2.2.ب تحديد الممانعة Z :

$$\begin{cases}U_m=Z.I_m\\U_{R_2m}=R_2.I_m\end{cases}\Rightarrow\frac{Z.I_m}{R_2.I_m}=\frac{U_m}{U_{R_2m}}\Leftrightarrow Z=\frac{U_m}{U_{R_2m}}.R_2$$

$$\begin{cases}U_m=2\ V.div^{-1}\times4div=8\ V\\U_{R_2m}=2\ V.div^{-1}\times2div=4\ V\end{cases}\xrightarrow{\text{ت.ع}}Z=\frac{8}{4}\times20\Leftrightarrow Z=40\ \Omega$$

2.2.ج تحديد $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$:

حسب الشكل 4 لدينا $u(t)$ على تقدم في الطور بالنسبة ل $u_{R_2}(t)$ وبالتالي $\Delta\varphi<0$.

$$\Delta\varphi=-\frac{2\pi.\tau}{T}$$

$$\tau=T=0{,}5\ ms.div^{-1}\times1\ div=0{,}5\ ms$$

$$\Delta\varphi=-\frac{2\pi\times0{,}5ms}{4\ ms}\Leftrightarrow\Delta\varphi=-\frac{\pi}{4}$$

3.2.القدرة الكهربائية المتوسطة المستهلكة:

$$P_{moy}=U.I.\cos\varphi=\frac{U_m}{\sqrt{2}}.\frac{I_m}{\sqrt{2}}.\cos\varphi=\frac{U_m.I_m}{2}.\cos\varphi$$

$$U_{R_2m}=R_2.I_m\Rightarrow I_m=\frac{U_{R_2m}}{R_2}$$

$$P_{moy}=\frac{U_m.U_{R_2m}}{2R_2}.\cos\varphi\xrightarrow{A.N}P_{moy}=\frac{8\times4}{2\times20}\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow P_{moy}=0{,}566\ W$$

تجربة 3: إزالة التضمين

1.3 شرح دور التركيب:

حذف الموجة الحاملة للحصول على الإشارة المضمنة المزاحة.

2.3 هل التركيب يلعب دور إزالة التضمين جيد؟ علل جوابك :

INSTITUT EXCEL

لنحصل على إزالة تضمين جيد يجب أن يكون:

$$T_P << \tau = R_2.C < T_S \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{N_P} << R_2.C < \frac{1}{N_S}$$

$$T_P = \frac{1}{N_P} = \frac{1}{160 \times 10^3} = 6{,}25.10^{-6}\ F = 6{,}25\ \mu s$$

$$T_S = \frac{1}{N_S} = \frac{1}{10 \times 10^3} = 10^{-4}\ F = 100\ \mu s$$

$$\tau = R_2.C = 2000 \times 10.10^{-6} = 2.10^{-2} = 20000\ \mu s$$

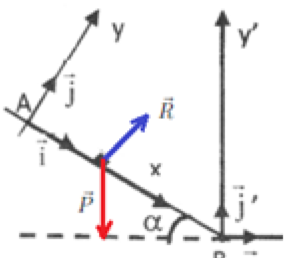
نلاحظ أن: $\tau > T_S$ إذن قيم C و R_2 لا يمكنان من إزالة تضمين جيد.

تمرين 5: الميكانيك

الجزء I : حركة لعبة على مسار

1. الجزء **AB**

1.1.حساب المدة t_{AB} :



الشكل 1

الجسم (S) يخضع لقوتين: الوزن $\vec{P}$ و $\vec{R}$ تأثير المستوى المائل (الاحتكاكات مهملة)

تطبيق القانون الثني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ex} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور $(A, \vec{\imath})$:

$$P_x + R_x = m.a_x$$

$$m.g\sin\alpha + 0 = m.a$$

$$a_1 = g\sin\alpha$$

حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام، معادلتها الزمنية تكتب:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_1.t^2 + \underbrace{V_0}_{=0}.t + \underbrace{x_0}_{=0} \Rightarrow x = \frac{1}{2}g.\sin\alpha.t^2$$

النقطة B لدينا:

$$t_B = \sqrt{\frac{2AB}{g.\sin\alpha}} \xrightarrow{\text{ت.ع}} t_B = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6}{10 \times \sin(30°)}} \Leftrightarrow t_B = 0{,}8\ s$$

2.1.قيمة السرعة V_B :

$$V = \frac{dx}{dt} = g.\sin\alpha.t$$

عند النقطة B , لدينا: $V_B = g.\sin\alpha.t_B$ ت.ع: $V_B = 10 \times \sin(30°) \times 0{,}8 \Leftrightarrow V_B = 4\ m.s^{-1}$

2. الجزء BC

-حساب شدة القوة $\vec{f}$:

تطبيق القانون الثني لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور $(B, \vec{\imath}')$:

$$P_{x'} + f_{x'} + R_{Nx'} = m.a_{x'}$$

$$-f = m.a_2 \quad \Rightarrow a_2 = -\frac{f}{m}$$

حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام، معادلة السرعة تكتب:

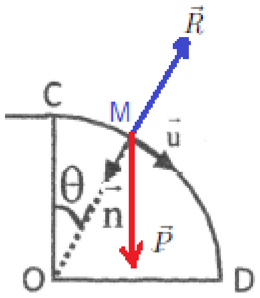
$$V = a_1.t + \underbrace{V_0}_{=V_B}$$

عند النقطة C ، لدينا: $V_C = 0$ معادلة السرعة تكتب: $V_C = a_2.t_C + V_B$

$$0 = -\frac{f}{m}.t_C + V_B \Rightarrow \frac{f}{m}.t_C = V_B$$

$$f = \frac{m.V_B}{t_C} \xrightarrow{A.N} f = \frac{50.10^{-3} \times 4}{0,5} \Rightarrow f = 0,4\ N$$

3-الجزء **CD**



تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

الإسقاط على المحور $(M, \vec{n})$:

$$P_n + R_n = m.a_n \Rightarrow m.g\cos\theta - R = m.\frac{V^2}{r} \Leftrightarrow R = m.g\cos\theta - m.\frac{V^2}{r}$$

$$R = m\left(g.\cos\theta - \frac{V^2}{r}\right)$$

$$\frac{V^2}{r} = \frac{(r.\dot{\theta})^2}{r} = r.\dot{\theta}^2$$

$$R = m(g.\cos\theta - r.\dot{\theta}^2)$$

2.1.3. تعبير التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$:

الإسقاط على المحور $(M, \vec{u})$:

$$P_t + R_t = m.a_t \Rightarrow m.g.\sin\theta + 0 = m.\frac{dV}{dt} \Leftrightarrow g.\sin\theta = \frac{d(r\dot{\theta})}{dt}$$

$$g.\sin\theta = r.\frac{d\dot{\theta}}{dt} \Leftrightarrow g.\sin\theta = r.\ddot{\theta} \Leftrightarrow \ddot{\theta} = \frac{g}{r}.\sin\theta$$

2.3.استنتاج تعبير R بدلالة m ; g و θ :

لدينا: $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{r}(1-\cos\theta)}$ نعوض في تعبير R نحصل على:

$$R = m\left[g.\cos\theta - r.\left(\sqrt{\frac{2g}{r}(1-\cos\theta)}\right)^2\right] = m\left[g.\cos\theta - r.\frac{2g}{r}(1-\cos\theta)\right]$$

$$R = m(g.\cos\theta - 2g + 2g\cos\theta) \Leftrightarrow R = mg(3\cos\theta - 2)$$

3.3.قيمة الزاوية θ التي من أجلها (S) يغادر $\overset{\frown}{CD}$:

عندما يغادر (S) المسار $\overset{\frown}{CD}$ يكون $R = 0$:

$$mg(3\cos\theta - 2) = 0$$

$$3\cos\theta - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \theta = 48{,}2°$$

الجزء **II** : وضع قمر اصطناعي في مداره حول الأرض

1. مرحلة انطلاق المركبة الفضائية:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

الإسقاط على $(O;\vec{k})$:

$$P_z + F_z = M.a \Leftrightarrow F - P = M.a \Leftrightarrow a = \frac{F - M.g_0}{M} \Leftrightarrow a = \frac{F}{M} - g_0$$

الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام، معادلتها الحركية تكتب:

$$z(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + \underbrace{V_0}_{=0}.t + \underbrace{z_0}_{=0} \Rightarrow z(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{M} - g_0\right)t^2$$

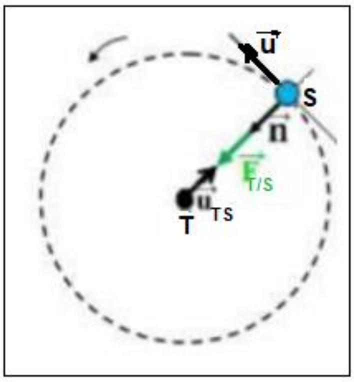
$$d = z(t_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{M} - g_0\right){t_1}^2$$

$$d = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1,16.10^7}{7,3.10^5} - 9,8\right) \times 6^2 \Leftrightarrow d = 109,6\ m$$

2-مرحلة وضع القمر الاصطناعي في مداره السفلي

1.2.تعبير السرعة V_S للقمر الاصطناعي:

تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{F}_{T/S} = M.\vec{a}$



الاسقاط في أساس فريني على المحور $(S,\vec{n})$: $F_{T/S} = M.a_n$

$$F_{T/S} = G.\frac{M_T.M}{{d_1}^2} \quad et\ a_n = \frac{{V_S}^2}{d_1}$$

$$G.\frac{M_T.M}{{d_1}^2} = M.\frac{{V_S}^2}{d_1} \Leftrightarrow {V_S}^2 = \frac{G.M_T}{d_1} \Leftrightarrow V_S = \sqrt{\frac{G.M_T}{d_1}}$$

- حساب V_S :

$$V_S = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11} \times 6,0.10^{24}}{6580.10^3}} = 7798,76\ m.s^{-1} \Leftrightarrow V_S \simeq 7,8.10^3\ m.s^{-1}$$

2.2.تحديد المدة T_S :

لدينا: $V_S = r.\omega$ مع: $r = d_1$ و $\omega = \frac{2\pi}{T_S}$

$$V_S = d_1.\frac{2\pi}{T_S} \Leftrightarrow T_S = \frac{2\pi d_1}{V_S} \Leftrightarrow T_S = 2\pi d_1.\sqrt{\frac{d_1}{G.M_T}} \Leftrightarrow T_S = 2\pi.\sqrt{\frac{{d_1}^3}{G.M_T}}$$

$${T_S}^2 = 4\pi^2.\frac{{d_1}^3}{G.M_T} \Leftrightarrow \frac{{T_S}^2}{{d_1}^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = Cte$$

وهو ما يترجم القانون الثالث لكيبلر.

3. مرحلة نقل القمر الاصطناعي الساكن بالنسبة للأرض

1.3. النقطة حيث تكون السرعة دنوية:

حسب القانون الثاني لكيبلر (قانون المساحات):

تكسح القطعة التي تربط مركز الأرض بمركز القمر الاصطناعي أثناء مرورها من $A \longrightarrow A'$ ومن $B \longrightarrow B'$ مساحات متقايسة في مدد زمنية متساوية: $BB' < AA'$ إذن $V_B < V_A$.

يعني ان القمر الاصطناعي يدور بسرعة أكبر كلما اقترب من الأرض والعكس صحيح.

نستنتج أن السرعة بالقرب من B تكون دنوية.

: h لنبين تعبير.1.2.3

حسب القانون الثالث لكيبلر:

$$\frac{T^2}{(R_T+h)^3}=\frac{4\pi^2}{G.M_T} \Leftrightarrow \frac{(R_T+h)^3}{T^2}=\frac{G.M_T}{4\pi^2} \Leftrightarrow (R_T+h)^3=\frac{G.M_T}{4\pi^2}.T^2$$

$$R_T+h=\sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} \Leftrightarrow h=\sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}}-R_T$$

2.2.3. حساب سرعة القمر الاصطناعي الساكن بالنسبة للأرض:

حسب السؤال 1.2. لدينا: $V_S=\sqrt{\frac{G.M_T}{d_1}}$ مع : $d_1=R_T+h$

$$V=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}=\sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+\sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}}-R_T}}=\sqrt{\frac{G.M_T}{\sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}}}}$$

$$V=\sqrt{\left(\frac{4\pi^2.G^3.{M_T}^3}{T^2.G.M_T}\right)^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{\left[\left(\frac{2\pi G.M_T}{T}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}}$$

$$V=\sqrt[3]{\frac{2\pi G.M_T}{T}}$$

$$V=\sqrt[3]{\frac{2\pi\times 6{,}67.10^{-11}\times 6{,}0.10^{24}}{23{,}9345\times 3600}}=3078{,}77\ m.s^{-1} \Leftrightarrow V=3{,}1{,}10^3\ m.s^{-1}$$

INSTITUT EXCEL