# تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء والكيمياء " الدورة العادية 2020 "

## شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

**التمرين 1 : الكيمياء (6,5 نقط)**

الجزء الأول : معايرة حمض اللاكتيك في حليب

1-تحضير محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم

1-1-إثبات تعبير pH :

حسب الجداء الأيوني للماء : $K_e = [H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq} \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$

نعلم ان : $pH = -\log[H_3O^+]_{éq}$ وبالتالي : $pH = -\log\left(\frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}\right)$

بما ان هيدروكسيد الصوديوم يتفكك كليا في الماء : $[HO^-]_{éq} = C_B$

$$pH = -\log\left(\frac{K_e}{C_B}\right) \Rightarrow pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Rightarrow pH = \log C_B - \log K_e \ (1)$$

1-2-التحقق من قيمة $C_B$ :

حسب العلاقة (1) : $pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Rightarrow \frac{C_B}{K_e} = 10^{pH} \Rightarrow C_B = K_e.10^{pH}$

ت.ع: $C_B = 10^{-14}.10^{12,70} \Rightarrow C_B = 5,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2-مراقبة جودة حليب البقرة

2-1-معادلة تفاعل المعايرة :

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2-2- إثبات علاقة $C_B$ :

الجدول الوصفي:

| معادلة التفاعل | | $HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| حالة المجموعة | التقدم | كميات المادة بالمول | | | |
| الحالة البدئية | 0 | $C_A.V_A$ | $C_B.V_{BE}$ | 0 | وفير |
| الحالة المرحلية | x | $C_A.V_A - x$ | $C_B.V_{BE} - x$ | x | وفير |
| حالة التكافؤ | $x_E$ | $C_A.V_A - x_E$ | $C_B.V_{BE} - x_E$ | $x_E$ | وفير |

عند التكافؤ المتفاعلان HA و $HO^-$ محدان :

$$\begin{cases} C_A.V_A - x_E = 0 \\ C_B.V_{BE} - x_E = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} C_A.V_A = x_E \\ C_B.V_{BE} = x_E \end{cases} \Longrightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE}$$

$$C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$$

2-3- إثبات العلاقة $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$ :

تعبير ثابتة الحمضية : $$K_A = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HA]_{éq}} = 10^{-pH}.\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}}$$

نعلم أن :

في المجال $0 < V_B < V_{BE}$ قبل التكافؤ المتفاعل المحد هو $HO^-$ ومنه فإن : $x_{max} = C_B.V_B$

$$[A^-]_{éq} = \frac{x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_B}{V_A+V_B} \quad ; \quad [HA]_{éq} = \frac{C_A.V_A - x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH}.\frac{\frac{C_B.V_B}{V_A+V_B}}{\frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}} = 10^{-pH}.\frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

$$V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$$



1-4-2-تحديد $V_{BE}$ واستنتاج $C_A$ :

المنحنى $V_B.10^{-pH} = f(V_B)$ عبارة عن دالة تآلفية معادلتها تكتب : $V_B.10^{-pH} = aV_B + b \ (2)$

حيث a المعامل الموجه : $$a = \frac{10^{-3} - 0}{4{,}4.10^{-3} - 12{,}4.10^{-3}} = -0{,}125$$

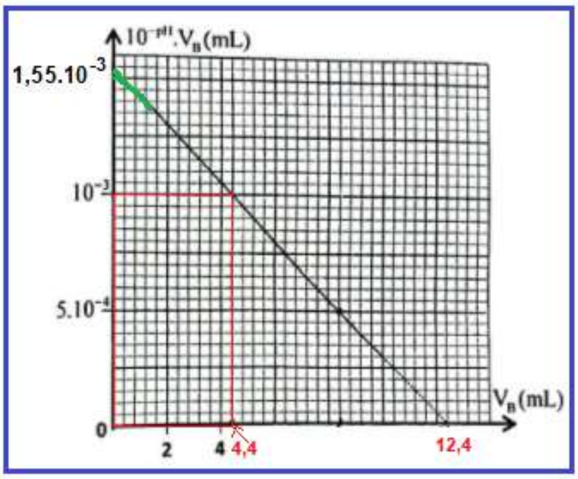
و b الأرتوب عند الأصل :

$$0 = a.12{,}4.10^{-3} + b \Longrightarrow b = 0{,}125 \times 12{,}4.10^{-3} = 1{,}55.10^{-5}$$

حسب العلاقة (2) : $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$ أي: $V_B.10^{-pH} = K_A.V_{BE} - K_A.V_B \ (3)$

بالمقارنة المماثلة بين (1) و (2) نكتب :

$$\begin{cases} a = -K_A \\ b = K_A.V_{BE} \end{cases} \Longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{K_A.V_{BE}}{-K_A} = -V_{BE} \Longrightarrow V_{BE} = -\frac{b}{a}$$




$$V_{BE} = -\frac{-1{,}55.10^{-5}}{-0{,}125} = 12{,}4.10^{-3}\ L \Longrightarrow V_{BE} = 12{,}4\ mL$$

استنتاج $C_A$ :

$$C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Longrightarrow C_A = \frac{5.10^{-2} \times 12{,}4}{25}$$

$$C_A = 2{,}48.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

2-4-2- تحديد $pK_A$ :

لدينا : $a = -K_A$ أي: $K_A = -a$

$$pK_A = -\log K_A = -\log(-a)$$

$$pK_A = -\log(1{,}55.10^{-5}) \Rightarrow pK_A = 3{,}90$$

5-2- هل الحليب المدروس طريا ؟

$$C_A.V = \frac{m}{M} \Rightarrow m = C_A.M.V$$

$$m = 2{,}48.10^{-2} \times 90 \times 1 = 2{,}23\ g$$

لدينا : $\begin{cases} 1{,}0.10^{-1}\ g \rightarrow 1\ °D \\ 2{,}23\ g \rightarrow x°\ D \end{cases} \Rightarrow x°D = 22{,}32\ °D$

نلاحظ أن $22{,}32\ °D > 18\ °D$ وبالتالي الحليب المدروس ليس طريا.

الجزء الثاني : العمود كروم- فضة

1-المعادلة الحصيلة خلال اشتغال العمود :

بجوار الانود تحدث أكسدة فلز الكروم : $Cr_{(s)} \rightleftarrows Cr^{3+}_{(aq)} + 3e^-$

بجوار الكاثود يحدث اختزال أيونات الفضة : $3 \times \left(Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftarrows Ag_{(s)}\right)$

المعادلة الحصيلة : $3Ag^+_{(aq)} + Cr_{(s)} \longrightarrow Cr^{3+}_{(aq)} + 3Ag_{(s)}$

2-تحديد التقدم عند اللحظة $t_1$ :

الجدول الوصفي:

| حالة المجموعة | $3Ag^+_{(aq)}$ + | $Cr_{(s)}$ | $\rightarrow$ | $Cr^{3+}_{(aq)}$ + | $3Ag_{(s)}$ | كمية مادة الالكترونات |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الحالة البدئية | $C_1.V$ | $n_i(Cr)$ | | $C_2.V$ | $n_i(Ag)$ | $n(e^-) = 0$ |
| عند اللحظة $t_1$ | $C_1.V - 3x$ | $n_i(Cr) - x$ | | $C_2.V + x$ | $n_i(Ag) + 3x$ | $n(e^-) = 3x$ |

إلكترود الكروم يتناقص بالكتلة $\Delta m\ (Cr)$ :

$$\begin{cases} \Delta n(Cr) = -x \\ \Delta n(Cr) = \dfrac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} = -x \Rightarrow x = \frac{|\Delta m(Cr)|}{M(Cr)} \Rightarrow x = \frac{52.10^{-3}}{52} = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

3-استنتاج التركيز $[Cr^{3+}]_{t_1}$ :

$$[Cr^{3+}] = \frac{n(Cr^{3+})}{V} = \frac{C_1.V + x}{V} \Rightarrow [Cr^{3+}] = C_1 + \frac{x}{V} \Rightarrow [Cr^{3+}] = 0{,}1 + \frac{10^{-3}}{0{,}1}$$
$$= 0{,}11\ mol.L^{-1}$$

4-تحديد قيمة $t_1$ :

$$\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I_0.t_1 \end{cases} \Rightarrow I_0.t_1 = n(e^-).F \Rightarrow t_1 = \frac{n(e^-).F}{I_0} \Rightarrow t_1 = \frac{3x.F}{I_0}$$

$$t_1 = \frac{3 \times 10^{-3} \times 96500}{50.10^{-3}} = 5{,}79.10^3\ s \Rightarrow t_1 = 1h\ 36\ min\ 30\ s$$

**التمرين 2 : الموجات (2,5 نقط) –التحولات النووية (2,25 نقط)**

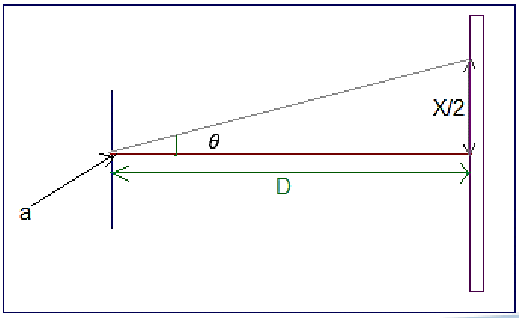
*I* -حيود الضوء

1-الاثباتات الخاطئة :

4 إثباتات خاطئة.

-2

1-2-تعبير الفرق الزاوي :




من خلال الشكل جانبه : $\tan\theta = \frac{X}{2D}$

باعتبار الفرق الزاوي صغير جدا نكتب : $\tan\theta \approx \theta$ ومنه : $\theta = \frac{X}{2D}$ (1)

2-2-إثبات ان الخارج $\frac{\lambda}{X}$ ثابت :

لدينا حسب تعبير الفرق الزاوي: (2) $\theta = \frac{\lambda}{a}$

من خلال العلاقة (1) و (2) نكتب: $\frac{\lambda}{a} = \frac{X}{2D}$ ومنه: $\frac{\lambda}{X} = \frac{a}{2D}$

$$\begin{cases} a = cte \\ D = cte \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda}{X} = cte$$

استنتاج طول الموجة $\lambda_2$ :

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{a}{2D}.X_2 \\ \lambda_1 = \frac{a}{2D}.X_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{a}{2D}.X_2}{\frac{a}{2D}.X_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{X_2}{X_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{X_2}{X_1}.\lambda_1$$

$$\lambda_2 = \frac{5{,}4\ cm}{6{,}0\ cm} \times 632{,}8\ nm \Rightarrow \lambda_2 = 569{,}5\ nm$$

3-التفسير

الضوء الأبيض يتركب من عدة ألوان كل ضوء يتميز بطول موجة وتردد خاص به.

تتكون البقعة المركزية خلال حيود الضوء الأبيض إلى تراكب هذه الألوان الشيء الذي يؤدي إلى ظهور اللون الأبيض.

4-حساب طول الموجة $\lambda_R$ وسرعة الانتشار $V_R$ :

لدينا : $n = \frac{\lambda_1}{\lambda_R}$ ومنه: $\lambda_R = \frac{\lambda_1}{n}$ ت.ع: $\lambda_R = \frac{632,8}{1,5} \Rightarrow \lambda_R = 421,86\ \mathrm{nm}$

لدينا : $n = \frac{c}{V}$ ومنه : $V = \frac{c}{n}$ ت.ع : $V = \frac{3.10^8}{1,5} \Rightarrow V = 2.10^8\ \mathrm{m.s^{-1}}$

**II-** تفتت الأوكسيجين 15

1-معادلة التفتت :

$$^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{1}e$$

حسب قانونا صودي:

$$\begin{cases} 15 = A + 0 \\ 8 = Z + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 15 \\ Z = 8 - 1 = 7 \end{cases}$$

$$^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}X + {}^{0}_{1}e$$

2-تحديد الطاقة المحررة $|\Delta E|$ :

$$\Delta E = \Delta m.c^2 \Rightarrow \Delta E = \left[m({}^{A}_{Z}X) + m({}^{0}_{1}e) - m\left({}^{15}_{8}O\right)\right].c^2$$

$$\Delta E = (15,000109 + 5,486.10^{-4} - 15,00)u.c^2 = -2,4084 \times 931,5MeV.c^{-2}.c^2$$

$$|\Delta E| = 2,2434\ \mathrm{Mev}$$

3-نسبة جزيئات الماء التي تحتوي على $^{15}_{8}O$ :

$$p = \frac{N_0}{N}$$

$N_0$ : عدد جزيئات الماء التي تحتوي على $^{15}_{8}O$

$N$ : العدد الكلي لجزيئات الماء.

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M(H_2O)} \Rightarrow N = \frac{m}{M(H_2O)}.N_A$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho.V \Rightarrow m = \frac{\rho.V}{M(H_2O)}.N_A$$

لدينا : $a_0 = \lambda.N_0$ مع : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$p = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2}.\frac{M(H_2O)}{\rho.V.N_A}$$

$$p = \frac{3,7.10^7 \times 122 \times 18}{\ln 2.6,022.10^{23} \times 1 \times 5} = 3,89.10^{-14} \Rightarrow p = 3,89.10^{-16}\ \%$$

4-التعليل الحسابي :

حسب قانون التناقص الاشعاعي :

$$a(t_1) = a_0.e^{-\lambda.t_1} \Rightarrow \frac{a(t_1)}{a_0} = e^{-\lambda.t_1} \Rightarrow -\lambda.t_1 = \ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right) \Rightarrow t_1 = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right)$$

$$t_1 = -\frac{122}{\ln 2}.\ln\left(\frac{0,15}{100}\right) = 1144,46\ s \Rightarrow t_1 \approx 19\ min$$

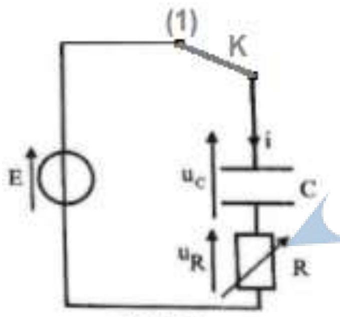
إذن عند اللحظة $t = 20\ min$ يمكن إنجاز حقن جديد.

**التمرين 3 : الكهرباء (5,5نقط)**

1-شحن المكثف

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي نحققها الشحنة $q(t)$ :

حسب قانون إضافية التوترات :



الشكل 1

$$u_R + u_C = E \Rightarrow R_0.C.i(t) + C.u_C = C.E$$

$$R_0.C.\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = C.E$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R_0.C}.q(t) = \frac{E}{R_0}$$

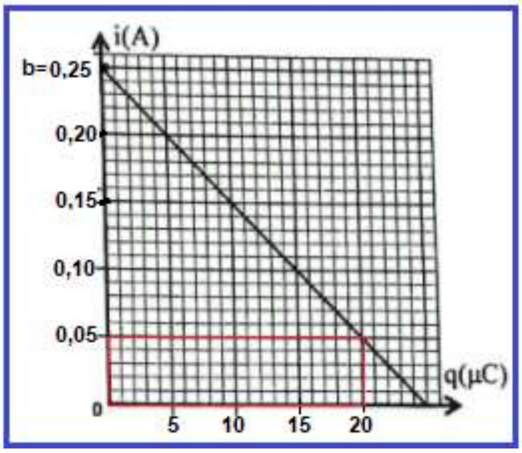
1-2-بالاعتماد على منحنى الشكل 2 :

معادلة المنحنى تكتب : $i(t) = a.t + b \quad (1)$

بالاعتماد على المعادلة التفاضلية تعبير $i(t)$ يكتب:

$$i(t) = -\frac{1}{R_0.C}.q(t) + \frac{E}{R_0} \quad (2)$$

بمقارنة (1) و (2) لدينا a المعامل الموجه: $a = -\frac{1}{R_0.C} = -\frac{1}{\tau}$




و b الأرتوب عند الأصل: $b = \frac{E}{R_0}$

1-2-1-قيمة E :

$b = \frac{E}{R_0} \Longrightarrow E = b.R_0$ مبيانيا لدينا: $b = 0{,}25\ A$

$$E = 0{,}25 \times 40 = 10\ V$$

1-2-2-قيمة ثابتة الزمن τ :

$$a = -\frac{1}{\tau} \Longrightarrow \tau = -\frac{1}{a}$$

المعامل الموجه : $a = \frac{\Delta i}{\Delta q} = \frac{0{,}25-0{,}05}{0-20.10^{-6}} = -10^{-4}\ s^{-1}$

$$\tau = 10^{-4}\ s$$

1-3-التحقق من قيمة C :

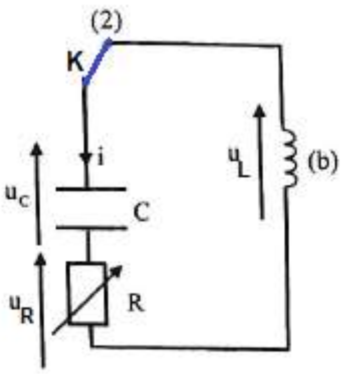
لدينا : $\tau = R_0.C$ أي: $C = \frac{\tau}{R_0}$ ت.ع : $C = \frac{10^{-4}}{40} = 2{,}5.10^{-6}\ F \Longrightarrow C = 2{,}5\ \mu F$



2-تفريغ المكثف في الوشيعة

2-1-

2-1-1-إثبات المعادلة التفاضلية :




حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C + u_R + u_L = 0$$

$$C.u_C + R_1.C.i(t) + r.C.i(t) + L.C.\frac{di}{dt} = 0$$

$$q(t) + (R_1 + r).C.\frac{dq(t)}{dt} + L.C.\frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{R_1 + r}{C}\right)}_{=A}.\frac{dq(t)}{dt} + \underbrace{\frac{1}{L.C}}_{=B}.q(t) = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + A.\frac{dq(t)}{dt} + B.q(t) = 0$$

حيث: $B = \frac{1}{L.C}$ و $A = \frac{R_1+r}{C}$

2-1-2-تحديد التوتر $u_L$ مباشرة بعد وضع K في الموضع (2) :

عند اللحظة $t = 0$ لحظة وضع قاطع التيار في الموضع (2)، نكتب:

$$u_C(0) + u_R(0) + u_L(0) = 0$$

$$u_R(0) = R_1.\underbrace{i(0)}_{=0} = 0 \text{ و } u_C(0) = E$$

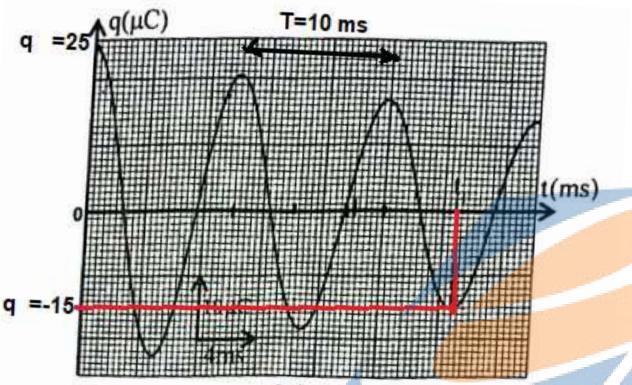
$$u_L(0) = -u_C(0) = -E \Longrightarrow u_L(0) = -10\,V$$

2-1-3-التحقق من قيمة L :

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L.C$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C}$$



الشكل 3

مبيانيا لدينا : $T = 10\,ms$ نعلم ان $T = T_0$

$$L = \frac{(10.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2{,}5.10^{-6}} \Longrightarrow L = 1{,}0\,H$$

2-1-4-الطاقة المبددة بمفعول جول:

لدينا : $\Delta E_T = E_T(t_1) - E_T(t=0)$

عند اللحظة $t_1$ :

$$E_T(t_1) = E_m(t_1) + E_e(t_1) = \frac{1}{2}L.i_1^2 + \frac{1}{2C}.q_1^2$$

مبيانيا نجد$E_e(t_1)$ قصوية إذن $E_m(t_1) = 0$ : $q_1 = q_{1max} = 1{,}5 \times 10 = 15\,\mu C$ و $i_1 = 0$

$$E_{T1} = \frac{1}{2C}.q_1^2$$

عند اللحظة $t = 0$ :

$$E_{T0} = E_m(t=0) + E_e(t=0) = \frac{1}{2}L.i_0^2 + \frac{1}{2C}.q_0^2$$

مبيانيا نجد $E_e(t=0)$ قصوية إذن $E_m(t=0) = 0$ : $q_0 = q_{0max} = 2{,}5 \times 10 = 25\,\mu C$ و $i_0 = 0$

$$E_{T0} = \frac{1}{2C}.q_0^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2C}.q_1^2 - \frac{1}{2C}.q_0^2 \Longrightarrow \Delta E = \frac{1}{2C}.(q_1^2 - q_0^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2 \times 2{,}5.10^{-6}} \times [(15.10^{-6})^2 - (25.10^{-6})^2] = -8.10^{-5}\, J \;\; = -80\, \mu J$$

$$\Delta E = -80\, \mu J$$

2-2-التحقق من أن $R_e$ له بعد مقاومة وتحديد القيمة الأدنى ل R :

لدينا : $A > 2\sqrt{B}$

$$\frac{R + r}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{L.C}} \quad \Rightarrow R_T > 2L.\frac{1}{\sqrt{L.C}} \Rightarrow R_T > \; 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Rightarrow R_T > R_C$$

حيث : $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$$[R_C] = \left(\frac{[L]}{[C]}\right)^{1/2}$$

$$[L] = \frac{[U].[t]}{[I]} \quad ; \quad [C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[U]^2}{[I]^2}\right)^{1/2} = \frac{[U]}{[I]} \Rightarrow [R_C] = [R]$$

وبالتالي فإن ل $R_C$ بعد المقاومة.

القيمة الدنوية ل $R$ :

$$R_T > R_C \;\; \Rightarrow R + r > R_C \;\; \Rightarrow R > R_C - r \;\; \Rightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r \Rightarrow R_{min} = 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r$$

$$R_{min} = 2\sqrt{\frac{1}{R = 2{,}5.10^{-6}}} - 12 = 1252{,}91\Omega \Rightarrow R_{min} = \mathrm{R} \approx 1253\; \Omega$$

3-التذبذبات الكهربائية القسرية في دارة RLC متوالية

1-3-تحديد شدة التيار :

لدينا : $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ و $Z = \frac{U}{I_{eff}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{U}{Z}$

ومنه : $I_{eff} = \frac{U_m}{Z\sqrt{2}}$

مبيانيا : $U_m = 3V$

ت.ع : $I_{eff} = \frac{3}{390{,}4\,\sqrt{2}} = 5{,}43.10^{-3}\, A \;\; \Rightarrow I_{eff} = 5{,}43\; mA$

2-3-حساب قيمة $R_e$ :

$$U_{Rm} = R_2.I_m \Longrightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_m} \Longrightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_{eff}.\sqrt{2}}$$

$$R_2 = \frac{2}{5{,}43.10^{-3} \times \sqrt{2}} = 260{,}44\ \Omega \Longrightarrow R_2 \approx 260\ \Omega$$

3-3-التعبير العددي للتوتر $u(t)$ :

مبيانيا :

$$\begin{cases} T = 4 \times 2ms = 8\ ms \Longrightarrow N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.10^{-3}} = 125\ Hz \\ U_m = 3\ V \end{cases}$$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T}.\tau = \frac{2\pi}{8} \times 11 + \_ = \frac{\pi}{4}$$

التوتر $u$ في تقدم في الطور على شدة التيار $i$ أي : $\varphi > 0$ أي : $\varphi = \frac{\pi}{4}$

$$u(t) = U_m.cos(2\pi N.t + \varphi) \Longrightarrow u(t) = 3.cos\left(250\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)$$

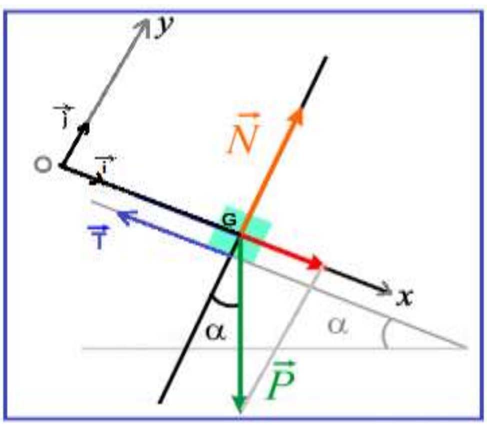


## التمرين 4 : الميكانيك (3,25 نقط)

الجزء $I$ : دراسة حركة متزلج

1-الحالة الأولى : دراسة حركة متزلج

1-1-التعبير عن تسارع G :




المجموعة المدروسة $\{$ المجموعة $(S)$ $\}$

جرد القوى المطبقة على المجموعة (S) :

- $\vec{P}$ : وزنها
- $\vec{R}$ : تأثير السطح المائل حيث : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$
  - $\vec{T}$ : المركبة المماسية ل $\vec{R}$
  - $\vec{N}$ : المركبة المنظمة ل $\vec{R}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ مرتبط بالأرض غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور $Ox$ :

$$P_x + 0 + T_x = m.a_x \Rightarrow P.sin\alpha - T = m.a_G \Rightarrow m.g.sin\alpha - T = m.a_G$$

$$a_G = g.sin\alpha - \frac{T}{m}$$

الاسقاط على المحور $Oy$ :

$$P_y + N_y = m.a_y \Rightarrow -P.cos\alpha + N = 0 \Rightarrow m.g.cos\alpha = N$$

لدينا :

$$k = \frac{T}{N} \Rightarrow T = k.N$$

$$a_G = g.sin\alpha - \frac{T}{m} \Rightarrow a_G = g.sin\alpha - \frac{k.N}{m} \Rightarrow a_G = g.sin\alpha - \frac{k.m.g.cos\alpha}{m}$$

$$a_G = g.sin\alpha - k.g.cos\alpha \Rightarrow a_G = g.(sin\alpha - k.cos\alpha)$$

2-تحديد $a_G$ :

لدينا $v = f(t)$ عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $v = a_G.t$ حيث $a_G$ المعامل الموجه:

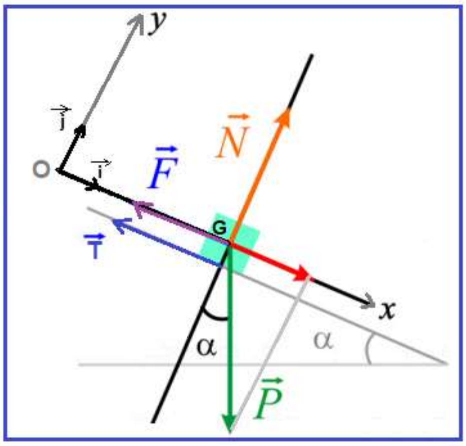
$$a_G = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\text{ت.ع :}} a_G = \frac{1,4 - 0}{2 - 0} \Rightarrow a_G = 0,7\, m.s^{-2}$$

3-1-التحقق من قيمة $k$ :

$$a_G = g.(sin\alpha - k.cos\alpha) \Rightarrow \frac{a_G}{g} = sin\alpha - k.cos\alpha \Rightarrow k.cos\alpha = sin\alpha - \frac{a_G}{g}$$

$$k = \frac{1}{cos\alpha}\left(sin\alpha - \frac{a_G}{g}\right) \xrightarrow{\text{ت.ع :}} k = \frac{1}{cos(45°)}\left(sin(45°) - \frac{0,7}{10}\right) \Rightarrow k = 0,9$$

2-الحالة **II** : حركة المتزلج باحتكاك مائع




1-2-المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة $\{$ المجموعة $(S)$ $\}$

جرد القوى المطبقة على المجموعة $(S)$ :

- $\vec{P}$ : وزنها
- $\vec{R}$ :: تأثير السطح المائل حيث : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$
  - ❖ $\vec{T}$ : المركبة المماسية ل $\vec{R}$
  - ❖ $\vec{N}$ : المركبة المنظمية ل $\vec{R}$
- $\vec{F}$ : قوة احتكاك المائع ننمذجة بالقوة $\vec{F} = \lambda.\vec{v}$ شدتها $F = \lambda.v$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور $Ox$ :

$$P_x + 0 + T_x + F_x = m.a_x \Longrightarrow P.sin\alpha - T - \lambda.v = m.\frac{d\,v}{dt} \Longrightarrow m.g.sin\alpha - T - \lambda.v$$
$$= m.\frac{d\,v}{dt}$$

$$g.sin\alpha - \frac{T}{m} - \frac{\lambda}{m}.v = \frac{d\,v}{dt} \Longrightarrow \frac{d\,v}{dt} + \frac{\lambda}{m}.v + \frac{T}{m} - g.sin\alpha = 0$$

نضع : $A = \frac{\lambda}{m}$ و $B = \frac{T}{m} - g.sin\alpha$ نكتب : $\frac{dv}{dt} + A.v + B = 0$

2-2-قيمة السرعة الحدية $v_\ell$ للحركة :

في النظام الدائم $v_\ell = cte$ ومنه : $\frac{dv_\ell}{dt} = 0$

$$0 + A.v_\ell + B = 0 \Longrightarrow v_\ell = -\frac{B}{A} \Longrightarrow v_\ell = -\frac{\frac{T}{m} - g.sin\alpha}{\frac{\lambda}{m}} = \frac{m.g.sin\alpha - T}{\lambda}$$
$$= \frac{m.g.sin\alpha - k.N}{\lambda} =$$

$$v_\ell = \frac{m.g.sin\alpha - k.m.g.cos\alpha}{\lambda} \Longrightarrow v_\ell = m.g\frac{sin\alpha - k.cos\alpha}{\lambda}$$

$$v_\ell = 75 \times 10 \times \frac{sin(45°) - 0{,}9 \times cos(45°)}{5} \Longrightarrow v_\ell = 10{,}6\, m.s^{-1}$$

3-2-السرعة $v_2$ :

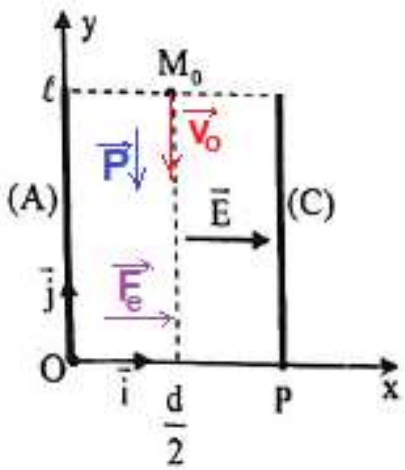
طريقة اولير :

$$V_2 = a_1.\Delta t + V_1$$

حسب المعادلة التفاضلية : $\frac{dV}{dt} + A.V + B = 0 \implies a_1 = -B - A.V_1$

$$V_2 = (-B - A.V_1).\Delta t + V_1$$

$$V_2 = (-(-0{,}71) - 0{,}067 \times 6{,}30) \times 1{,}40 + 6{,}30 \implies V_2 = 6{,}70\ m.s^{-1}$$




## الجزء $II$ : حركة كرية في مجال الثقالة وفي مجال كهرساكن

1-إثبات المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ :

المجموعة المدروسة : {الكرية $(S)$ }

جرد القوى:

$\vec{F}$ :: القوة الكهر ساكنة حيث : $\vec{F_e} = q.\vec{E}$

$\vec{P}$ : وزن الكرية حيث : $\vec{P} = m.\vec{g}$

نعتبر المعلم $R(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ المرتبط بالأرض معلما غاليليا.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G \implies \vec{F} + \vec{P} = m.\vec{a}_G \implies q.\vec{E} + m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{g} + \frac{q}{m}.\vec{E}$$

اسقاط العلاقة المتجهية على كل من المحور $Ox$ و $Oy$ :

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = E & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Ox}) \\ E_y = 0 & \rightarrow (\vec{E} \perp \overrightarrow{Oy}) \end{cases} \quad ; \quad \vec{g}\begin{cases} g_x = 0 & \rightarrow (\vec{g} \perp \overrightarrow{Ox}) \\ g_y = -g & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Oy}) \end{cases}$$

حسب الشروط البدئية عند $t = 0$ :

$$\begin{cases} C_1 = V_{0x} = 0 \\ C_2 = V_{oy} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} C_3 = x_0 = \frac{d}{2} \\ C_4 = y_o = \ell \end{cases}$$

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = g_x + \frac{q}{m}.E_x \\ a_y = g_y + \frac{q}{m}.E_y \end{cases} \implies \begin{cases} \frac{d\,V_x}{dt} = \frac{q}{m}.E \\ \frac{d\,V_y}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\xrightarrow{intergation} \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{q}{m}E.t + C_1 \\ V_y = -g.t + C_2 \end{cases} \implies \begin{cases} V_x = \frac{q}{m}E.t \\ V_y = -g.t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{q}{m}E.t \\ \dfrac{dy}{dt} = -g.t \end{cases} \xrightarrow{intergation} \begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}E.t^2 + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + C_4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}E.t^2 + \dfrac{d}{2} \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

نعلم أن : $E = \frac{U_0}{d}$ و $\alpha = \frac{q}{m}$

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\alpha\dfrac{U_0}{d}.t^2 + \dfrac{d}{2} \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

ت.ع :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}.10^{-6}.\frac{U_0}{4.10^{-2}}.t^2 + \frac{4.10^{-2}}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2}\times 10.t^2 + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 + 2.10^{-2} \\ y(t) = -5.t^2 + 1 \end{cases}$$

2-استنتاج معادلة المسار :

نقصي الزمن من المعادلتين الزمنتين $x(t)$ و $y(t)$ :

$$x = 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 + 2.10^{-2} \Longrightarrow 1{,}25.10^{-5}.U_0.t^2 = x - 2.10^{-2} \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0}}$$

$$y = -5.t^2 + 1 \Longrightarrow y = -5.\frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0} + 1$$

معادلة المسار هي :

$$y = -\frac{5}{1{,}25.10^{-5}.U_0}.x + \frac{5.2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5}.U_0} + 1 \Longrightarrow y = -\frac{4.10^5}{U_0}.x + \frac{8.10^3}{U_0} + 1$$

3-لنبين أن $U_0 = 8kV$ :

عند النقطة $P$ يكون : $P(x_P = d, y_P = 0)$

$$0 = -\frac{4.10^5}{U_0}.x_P + \frac{8.10^3}{U_0} + 1 \Longrightarrow \frac{4.10^5}{U_0}.x_P - \frac{8.10^3}{U_0} = 1 \Longrightarrow 4.10^5.x_P - 8.10^3 = U_0$$

$$U_0 = 4.10^5.d - 8.10^{-3} \Longrightarrow U_0 = 4.10^5 \times 4.10^{-2} - 8.10^3 = 8.10^3\ V$$

$$U_0 = 8\ kV$$