Correction de l'examen nationale 2018 SM session normale

CHIMIE :

1 – Etude d'une solution aqueuse d'un acide AH :

1.1 – La réaction chimique :

$$AH_{(aq)} + H_2O \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2.1- Taux d'avancement final τ :

$$\tau = \frac{xf}{xmax} = \frac{[H3O+]}{C} = \frac{10{-}pH}{C}$$

AN : $\tau = \frac{10{-}3.44}{10{-}2} = 3{,}63\ 10^{-2} = 3.63\%$

L'élément chimique dominant est l'acide AH car :

On a $[H_3O^+] = [A^-]$ et $[AH] = C - [A^-]$ donc $C = [AH] + [A^-]$

$\tau = \frac{[H3O+]}{C} = \frac{[A-]}{[AH]+[A-]}$ donc $\frac{1}{\tau} = \frac{[AH]}{[A-]} + 1$

$$\frac{[AH]}{[A-]} = \frac{1}{\tau} - 1 = \frac{1}{3.63\ 10{-}2} - 1 = 26{,}5 >> 1$$

D'où L'élément chimique dominant est l'acide AH.

3.1 –

$$pK_A = -\log(K_A) = -\log(\frac{[H3O+].[A-]}{[AH]}) = -\log(\frac{[H3O+]\ 2}{C-[H3O+]}) = -\log(\frac{10{-}2pH}{C{-}10{-}pH}).$$

AN : $pK_A = 4{,}86$

4.1– Réaction de la solution acide S_A avec la solution $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$:

1.4.1 – L'équation de la réaction :

$$AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(aq)}$$

1.4.2 – la valeur du volume V_B de S_B ajouté :

$$pH = pK_A + \log(\frac{[A-]}{[AH]})$$

$$pK_A - pH = \log(\frac{[AH]}{[A-]})$$

$$10^{pKA - pH} = \frac{[AH]}{[A-]}$$

$$10^{pH - pKA} = \frac{xf}{CVA-xf}$$

On a $V_B < V_{BE}$=20mL donc le réactif limitant est HO- donc $X_{max} = C\ V_B$ et puisque la réaction est totale alors $X_{max} = x_f = C\ V_B$.

$$10^{pH - pKA} = \frac{C\ VB}{CVA - C\ VB}$$

$$10^{pH - pKA} = \frac{VB}{VA - VB}$$

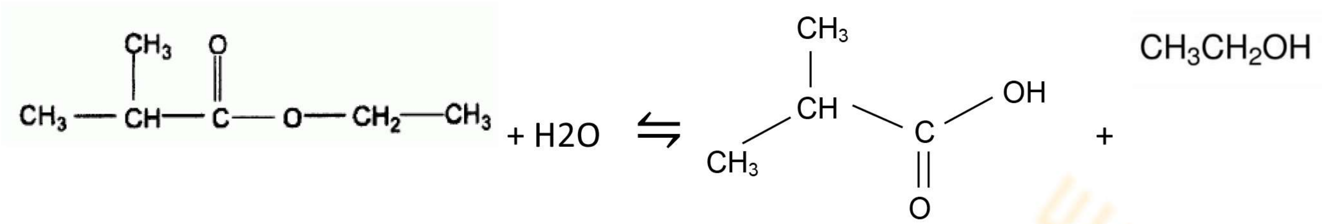
$$10^{pKA - pH} = \frac{VA}{VB} - 1$$

D'où $V_B = \frac{VA}{1 + 10^{pKA - pH}}$

AN : $V_B = \frac{20}{1 + 10^{4{,}86 - 5{,}50}} = 16{,}3mL.$

2. **Hydrolyse d'un ester :**

1.2 – L'équation de la réaction :



2.2 – Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$:

L'avancement à $t_{1/2}$ est : $x(t_{1/2}) = \frac{xf}{2}$ et d'après le tableau d'avancement :

$$n(E) = ni(E) - x_f \Leftrightarrow x_f = ni(E) - n(E)$$

$$x(t_{1/2}) = \frac{ni(E) - n(E)}{2}$$

$$x(t_{1/2}) = \frac{600 - 400}{2} = 100 \text{ mmol}$$

et on a $n_{t1/2}(E) = ni(E) - x(t_{1/2}) = 600 - 100 = 500 \text{ mmol}$

En fin en utilisant la courbe (1) on obtient : $t_{1/2} = 7\text{min}$

3.2 – On détermine de la même manière Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ qui correspond à la courbe (2) : $t_{1/2} = 3{,}5\text{min}$.

Comparaison : $t_{1/2} = 7\text{min} > t_{1/2} = 3{,}5\text{min}$ on en déduit que la courbe (1) est celle qui correspond à la réaction sans catalyseur.

4.2 – La vitesse volumique est : $v = \frac{1}{V0}\frac{dx}{dt}$

On a $n(E) = ni(E) - x \Leftrightarrow x = ni(E) - n(E)$

donc $\frac{dx}{dt} = -\frac{n(E)}{dt}$

et $v = -\frac{1}{V0}\frac{n(E)}{dt}$

A l'instant t_1 on a : $v = -\frac{1}{V0}\left(\frac{n(E)}{dt}\right)_{t1}$

$$v = -\frac{1}{71.10^{-3}}\frac{(550-400)10^{-3}}{(0-10)}$$

$$v = 0.21 \text{mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

3. L'électrolyse de l'eau :

3.1 – Les affirmations exacts sont les trois suivants : a , b et d.

3.2 – L'équation de la réaction : au niveau de l'anode se produit une oxydation de l'eau : $2H_2O_{(l)} \rightleftharpoons O_{2(g)} + 4H^+_{(aq)} + 4e^-$

3.3 – Le volume de dioxygène formé :

$$n(O_2) = \frac{n(e-)}{4} \Leftrightarrow n(e-) = 4.n(O_2)$$

on a $I.\Delta t = n(e-)\,\mathcal{F} \Leftrightarrow n(e-) = \frac{I.\Delta t}{\mathcal{F}} = 4.n(O_2)$

$$n(O_2) = \frac{I.\Delta t}{4\mathcal{F}} = \frac{V(O2)}{Vm}$$

$$V(O_2) = \frac{I.\Delta t.Vm}{4\mathcal{F}} = \frac{I.\Delta t.Vm}{4.N.e}$$

AN : $V(O_2) = \frac{0,2 \,.\, 24 \,.\, 8\,.60}{4.\ 6,02\,.10^{23}\ .1,6.10^{-19}} = 6mL$

PHYSIQUE :

Exercice 1 : Transformation nucléaire :

1.1 – L'énergie de liaison d'un noyau est l'énergie qu'on doit fournir au noyau en état de repos pour séparer ses nucléons en restant au repos.

1.2 – La proposition juste est : C

Après une durée égale à $3t_{1/2}$ il reste 12,5% des noyaux initiaux.

1.3 – On a : $a = \lambda.N$ et $N = \frac{m.NA}{M}$

$a = \lambda.\frac{m.NA}{M}$ et 1Ci correspond à une masse m=1g

donc $1Ci = 1,4.10^{-11}.\frac{1.\ 6,02\,.10^{23}}{226} = 3,73.10^{10}$ Bq.

1.4 – Loi de désintégration radioactive :

$N = N_0\,.\,e^{-\lambda t}$ et $a = \lambda.N$ donc $a = a_0.e^{-\lambda t}$

$a(t_2) = a(t_1)\,.\,e^{-\lambda(t2-t1)}$

$a(t_2) = 3,73.10^{10}\,.\,e^{-1,4.10^{-11}\ (2018-1898).365,25.24.3600}$

$a(t_2) = 3,54.10^{10}$Bq

1.5 – Equation de désintégration du radium :

$${}^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

L'énergie produite par la désintégration du radium :

$|\Delta E| = |\,(El(Ra) - El(Rn) - El(He))\,|$

$|\Delta E| = |\,1,7311.103 - 1,7074.103 - 28,4\,|$

$|\Delta E| = 4,7MeV$

2 –Mouvement d'une particule α dans un champ magnétique uniforme

2.1 – Nature du mouvement :

Système étudié :{particule α}

Bilan des forces :

Force de Lorenz F

Poids négligeable devant F

On applique la deuxième loi de Newton dans un référentiel lié à la terre supposé Galiléen.

$\vec{F} = q\,.\vec{v} \wedge \vec{B} = m\,\vec{a}_G$ donc $\vec{a}_G = \frac{q}{m}..\vec{v} \wedge \vec{B}$

Le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{v} = v.\,\vec{u}$ alors dans la base de Frenet $\vec{a}_G = a_T\,\vec{u} + a_N\,\vec{n}$ donne $a_T = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow$ v est constante = v_0 donc le mouvement de la particule α est uniforme.

$a_N = \frac{v_0}{\rho^2} = \frac{|q|}{m}.v_0\,.\,B \Leftrightarrow \rho = \frac{mv_0}{2.e\,.B}$ = Cte = R donc la trajectoire est circulaire.

La nature du mouvement de la particule α est circulaire uniforme.

2.2 – Expression de la distance OM :

On a $\quad OM = 2R = \frac{2mv_0}{2.e.B} = \frac{mN0}{e.B}$

AN : $\quad OM = \frac{6,6447.10^{-27}\ .1,5.10^{7}}{1,6.10^{-19}\ .1,5} = 0,415m$

EXERCICE 2 : Electricité

1. L'équation différentielle :

$$u_C + u_R = E$$
$$u_C + R.i = E$$
$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

2. La courbe est une droite ,son équation est :

$$\frac{du_C}{dt} = 6\ .\ 5.10^4 - \frac{30.104}{6}.u_C$$
$$= 30\ .\ 10^4 - 5\ .\ 10^4.u_C$$

L'équation différentielle donne :

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC} - \frac{1}{RC}.u_C$$

Donc

$$\frac{E}{RC} = 30\ .\ 10^4 \quad \text{et} \quad \frac{1}{RC} = 5.10^4$$
$$E = 30\ .\ 10^4\ RC \quad \text{et} \quad RC = 2.10^{-5}$$

Alors $\quad E = 30\ .\ 10^4\ \ 2.10^{-5} = 6V$

$$C = \frac{2.10^{-5}}{R} = \frac{2.10^{-5}}{2.10^3} = 10^{-8}\ F = 10\ nF$$

3. Le rendement énergétique ρ :

$$\rho = \frac{E_e}{E_g} = \frac{\frac{1}{2}C\,{u_C}^2}{CE^2}$$

$$\text{Donc}\ \ \rho = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

II – Réponse d'un dipôle RL a un échelon de tension :

1. 1 – Equation différentielle :

$$u_{R1} + u_L = E$$
$$R_1.i + r.i + L\frac{di}{dt} = E$$
$$(R_1 + r)\, i + L\frac{di}{dt} = E$$
$$i + \frac{L}{R1 + r}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{R1 + r}$$

1.2 – Détermination de R_1 :

Dans le régime permanent on a : $\quad i = cte = I_0 = \frac{E}{R1 + r}$ donc $\quad R_1 = \frac{E}{I_0} - r$

Graphiquement on a $I_0 = 50mA$ donc $R_1 = \frac{6}{50.10^{-3}} - 20 = 100\Omega$

On a $\quad L = \tau\,(R_1 + r)$ et Graphiquement on a $\tau = 2,5ms$

Donc $\quad L = 2,5.\ 10^{-3}.\ 120 = 0,3H$

1.3 – Tension au borne de la bobine en régime permanent :

Régime permanent donc : $i = cte = I_0 = 50mA$ et $\frac{di}{dt} = 0$

On a : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

donc $U_L = r.I_0 = 20.50.10^{-3} = 1V$

2.1 – La valeur de l'intensité de courant juste après l'ouverture du circuit est la même que celle avant l'ouverture car l'intensité du courant électrique est une fonction continu dans un circuit RL : $i(t_0) = I_0 = 50mA$

2.2 - Equation différentielle :

$$u_{R1} + u_{R2} + u_L = 0$$

$$R_1 i + R_1 i + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$(R_1 + R_2 + r)\, i + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$i + \frac{L}{R1+R2+r}.\frac{di}{dt} = 0$$

donc $$\frac{di}{dt} = -\, i\,.\,\frac{R1+R2+r}{L}$$

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\, I_0\,.\,\frac{R1+R2+r}{L}$$

AN : $$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\,50.10^{-3}\,.\,\frac{100+2000+20}{0,3} = -353,3\ A/s$$

On a : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

donc $U_L = r.I_0 - I_0(R_1 + R_2 + r)$

$U_L = 20.50.10^{-3} - 0.3\ .\ 353,3 = -105V$

3. Le rôle de la branche du circuit formé par la diode et le conducteur ohmique est d'éviter les étincelles en dissipant progressivement l'énergie emmagasinée au niveau de la bobine à cause de la surtension produite au moment de l'ouverture du circuit car $|U_L| >> E$.

III- Oscillation RLC en régime forcée :

1. résonnance donc impédance minimale d'où la fréquence $N_0 = 0,5KHz$.

2. résonnance donc $N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC1}}$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 L N_0^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{4.10.0,3.500^2} = 3,33.10^{-7}F$$

3. résonnance donc impédance minimale : $Z = R_3 + r$

On a $U = Z.I = (R_3 + r).I_0$ et $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ donc $Z.\frac{I0}{\sqrt{2}} = (R_3 + r).I_0$ d'où $Z = \sqrt{2}.(R_3 + r)$

AN : $Z = 2,8K\Omega$.

D'après le graphe on trouve $N_1 = 0,2KHz$ et $N_2 = 1,25KHz$

La largeur de la bande passante est : $\Delta N = N_2 - N_1 = 1,05KHz$.

EXERCICE 3 : Mécanique

Partie 1 : Mouvement d'un corps solide dans l'air et dans un liquide :

1. Etude du mouvement du centre G dans l'air

1.1 – Equation différentielle :

Système étudié :$\{Le\ baigneur\}$

Bilan des forces :

Le poids P.

On applique la deuxième loi de Newton dans un référentiel lié à la terre supposé galiléen : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G \quad \Leftrightarrow \quad m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}_G = \vec{g}$$

On projette sur l'axe oz : $a_z = g \Leftrightarrow \frac{dV_z}{dt} = g$.

1.2 – Temps de chute t_C :

$$\frac{dV_z}{dt} = g \quad \text{donc} \quad V_z = g.t + V_{0z} \quad \text{avec} \quad V_{0z} = 0$$

$$V_z = g.t \quad \text{donc} \quad Z(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 + z_0 \quad \text{avec} \quad z_0 = 0 .$$

$$Z(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 \quad \text{donc} \quad Z_C = \frac{1}{2} g\, t_c^2 = h \quad \text{d'où} \quad t_C = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

AN : $t_C = \sqrt{\frac{2.10}{10}} = 1,4s$

La vitesse de chute Ve est :

$V_z = g.t$ donc $V_e = g.t_C$

AN : $V_e = 10 . 1,4 = 14m/s$.

2. – Etude du mouvement vertical du centre d'inertie G dans l'eau :

2.1 – Equation différentielle :

Système étudié :$\{Le\ baigneur\}$

Bilan des forces :

Le poids $\vec{P}$.

La poussée d'Archimède $\vec{F}_A$.

La force de frottement fluide $\vec{f}$.

On applique la deuxième loi de Newton dans un référentiel lié à la terre supposé galiléen : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

On projette sur l'axe oz :

$$mg - \frac{m}{d}.g - \lambda.V_Z = m.\frac{dV_z}{dt}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = (g - \frac{g}{d}) - \frac{\lambda}{m} V_Z$$

$$\frac{dV_z}{dt} = g.(1 - \frac{1}{d}) - \frac{1}{\tau} V_Z \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{m}{\lambda}$$

2.2 – La vitesse limite V_{LZ} :

On a V_Z = constante donc $\frac{dV_z}{dt} = 0$

D'où $V_{LZ} = \tau .g.(1 - \frac{1}{d})$.

AN : $V_{LZ} = \frac{80}{250}.10.(1 - \frac{1}{0,9}) = 0,35m/s$

2.3 – Expression de A et de B :

$$V_Z(t) = A + B\, e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{donc} \quad V_{LZ} = \lim_{t\to\infty}(A + B\, e^{-\frac{1}{\tau}t}) = A$$

$$V_Z(t{=}0) = A + B = Ve \quad \Leftrightarrow \quad V_{LZ} + B = Ve \quad \Leftrightarrow \quad B = Ve - V_{LZ}$$

2.4 – L'instant ou le mouvement du baigneur change de sens tr :

le mouvement du baigneur change de sens donc $V_Z(tr) = 0$.

$$V_Z(tr) = A + B\, e^{-\frac{1}{\tau}tr} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad e^{-\frac{1}{\tau}tr} = \frac{-A}{B} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-tr}{\tau} = \ln(\frac{-A}{B}) \quad \Leftrightarrow tr = -\tau \ln(\frac{-A}{B})$$

$$tr = -\frac{m}{\lambda}\ln(\frac{-VLZ}{Ve-VLz}) = \frac{m}{\lambda} \quad \ln(\frac{VLZ-Ve}{VLZ})$$

AN : $\quad tr = \frac{80}{250} . \ln(\frac{-0{,}36-14}{-036} = 1.18s$.

Partie 2 : Etude du mouvement d'un pendule élastique :

1. Systéme étudié :$\{corps\ S\}$

Bilan des forces :

Le poids $\vec{P}$.

La réaction $\vec{R}$.

La force de rappel $\vec{F}$.

On applique la première loi de Newton dans un référentiel lié à la terre supposé galiléen donc : le corps S est en équilibre donc : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$$

On projette sur l'axe ox : $\quad Px + Rx + Fx = 0$

$$mg\cos(\alpha) - K\,\Delta L_0 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad K\,\Delta L_0 = mg\cos(\alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta L_0 = \frac{mg\cos(\alpha)}{K} \quad \Leftrightarrow \quad l_e - l_0 = \frac{mg\cos(\alpha)}{K}$$

d'où $\quad l_e = l_0 + \frac{mg\cos(\alpha)}{K}$

2 – 1 – Equation différentielle :

D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

On projette sur l'axe ox : $\quad Px + Rx + Fx = m.ax$

$$mg\cos(\alpha) - K.(\Delta L_0 + x) = m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$mg\cos(\alpha) - K.(\Delta L_0) - K.x = m.\frac{d^2x}{dt^2}$$

On a $\quad mg\cos(\alpha) - K\,\Delta L_0 = 0 \quad$ donc $\quad -K.x = m.\frac{d^2x}{dt^2}$

d'où $\quad m.\frac{d^2x}{dt^2} + K.x = 0$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}.x = 0$$

2.2 – La solution de l'équation différentielle : $\quad x(t) = X_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

D'après le graphe : $X_m = 1{,}5.10^{-2}$m

et $\quad a_x = -\frac{K}{m}.x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{K}{m} = \frac{-ax}{x} = \frac{-1{,}25}{0{,}5.10^{-2}} = 250$N/m.Kg

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{250} = 5\pi \text{rad/s}$$

On a à $t=0s$ $x(t=0) = X_m$ et $x(t=0) = X_m \cos(\varphi)$ donc $\cos(\varphi) = 1$ et $\varphi = 0$

En fin : $x(t) = 1{,}5.10^{-2}.\cos(5\pi.t)$

3. $E_P = E_{Pp} + E_{Pe}$

$E_{Pp} = mgz + cte$; L'état de référence de l' E_{Pp} : $E_{Pp} = 0$ pour $z=0$ donc $cte = 0$

On a $z = -x.\cos\alpha$ donc $E_{Pp} = -mg.x.\cos\alpha$

Et on a $E_{Pe} = \frac{1}{2} K (x + \Delta l_e)^2 + cte$; L'état de référence de l' E_{Pe} : $E_{Pe} = 0$ pour $x=o$

donc $\frac{1}{2} K (0 + \Delta l_e)^2 + cte = 0$

Donc $cte = -\frac{1}{2} K (\Delta l_e)^2$ d'ou $E_{Pe} = \frac{1}{2} K (x + \Delta l_e)^2 - \frac{1}{2} K (\Delta l_e)^2$

$$E_{Pe} = \frac{1}{2} K.x^2 + K.x.\Delta le$$

.
$$E_P = E_{Pp} + E_{Pe}$$

$$E_P = -mg.x.\cos\alpha + \frac{1}{2} K.x^2 + K.x.\Delta le$$

En fin $E_P = \frac{1}{2} K.x^2$

3.2 – La constante de raideur K :

Pas de frottement donc on a conservation de l'énergie mécanique

$$Em = Cte = E_{Cmax} = Ep_{max} = \frac{1}{2} K.\ X_m{}^2$$

$$K = \frac{2.E_{Cmax}}{X_{max}^2} = \frac{2.9.10^{-3}}{(1{,}5\ 10^{-2})^2} = 80N/m$$

- La masse m :

On a $\frac{K}{m} = 250$ donc $m = \frac{K}{250} = \frac{80}{250} = 0{,}32Kg$